

Rancangan Jalur Teduh di Komplek Ganesha Institut Teknologi Bandung (ITB) dengan Memanfaatkan *Minimum Spanning Tree*

Dean Hartono – 10821019¹

Program Studi Aktuaria

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia

¹10821019@mahasiswa.itb.ac.id

Abstrak—Teori graf memiliki banyak pengaplikasian yang berkaitan dengan peta. Makalah ini akan mengulas penggunaan salah satu bentuk khusus graf, pohon merentang minimum (*minimum spanning tree*), untuk merancang jalur-jalur teduh di Kampus Ganesha sebagai prasarana penopang kegiatan-kegiatan civitas akademika. *Minimum spanning tree* akan ditentukan dengan algoritma Kruskal dengan memperhatikan kondisi jalur teduh yang telah ada. Hasil rancangan akhir diharapkan mampu membuat seluruh gedung di Komplek Kampus Ganesha dapat diakomodasi oleh jalur teduh.

Keywords—Algoritma Kruskal, Komplek Ganesha, Jalur Teduh, *Minimum Spanning Tree*

I. PENDAHULUAN

Letak geografis Kota Bandung yang berada pada kontur dataran tinggi menjadikannya salah satu kota dengan tingkat curah hujan yang cukup tinggi. Institut Teknologi Bandung (ITB), sebagai salah satu perguruan tinggi di Kota Bandung, menerapkan konsep kampus hijau (*green campus*) yang secara garis besar berarti bersahabat dengan lingkungan. Karena itu, di dalam kompleks kampus, cukup banyak tempat-tempat yang terbuka (*outdoor*). Saat ini, ITB telah memiliki tiga kompleks kampus yaitu di Ganesha, Jatinangor, dan Cirebon. Pada saat makalah ini dibuat, Komplek Ganesha menjadi tempat dengan jumlah mahasiswa yang terbanyak diantara ketiga kompleks kampus ITB.

Banyaknya tempat terbuka di Kampus Ganesha dengan curah hujan yang cukup tinggi menjadi suatu rintangan tersendiri bagi civitas akademika, termasuk sebagian besar mahasiswa ITB. Dalam menjalankan keseharian di kampus, terlebih ketika perlu berpindah-pindah dari satu gedung ke gedung lainnya, mahasiswa perlu mempersiapkan payung atau jas hujan untuk berjaga-jaga jika hujan terjadi. Untuk meminimalisir keperluan itu, dibangunlah jalur teduh—jalur yang diberikan atap—dari satu bangunan ke bangunan lainnya (terbaru di gedung CAS, menghubungkannya dengan gedung Labtek I) sehingga mobilisasi civitas akademika tidak terhambat ketika berpindah dari satu gedung ke gedung lainnya. Namun, jalur teduh yang telah dibangun belum mengakomodasi seluruh bangunan di Komplek Ganesha. Masih banyak bangunan, terutama yang

lokasinya berada di bagian tepi kompleks, yang tidak mendapatkan akses jalur teduh.



Gambar 1: Jalur teduh terbaru di ITB yang menghubungkan Labtek 1 dengan CAS

Dalam makalah ini, akan diidentifikasi cara yang paling efektif dalam membangun tambahan-tambahan jalur teduh, dengan mempertimbangkan beberapa asumsi, sehingga seluruh bangunan dapat diakomodasi oleh jalur teduh dan saling terhubung satu sama lain oleh jalur teduh.

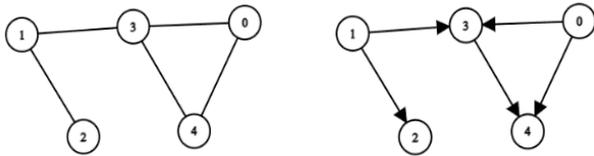
II. LANDASAN TEORI

Minimum spanning tree sebagai pokok teori di makalah ini merupakan sebuah bagian kecil dari topik bahasan yang lebih luas, graf. Namun demikian, pemahaman teori *minimum spanning tree* membutuhkan pemahaman terlebih dahulu terhadap graf.

A. Graf

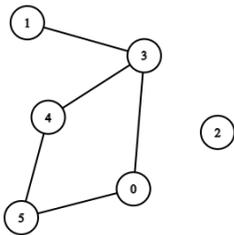
Graf adalah hasil pemodelan atau representasi dari objek-objek diskrit dengan menggunakan simpul (*vertex*) dan sisi (*edge*) sebagai penghubung antara simpul-simpul. Cakupan bahasan dalam teori graf cukup luas tetapi tidak seluruhnya penting untuk keperluan menuju pokok bahasan yakni *minimum spanning tree*. Pada bagian ini, hanya akan dipaparkan teori graf yang berkaitan saja, yakni istilah-istilah atau terminologi yang akan digunakan kedepannya.

1. **Graf tak berarah** (*undirected graph*), salah satu jenis graf berdasarkan orientasi arah sisi. Graf tak berarah berarti setiap sisi yang menghubungkan dua simpul tidak memiliki orientasi arah dari ataupun terhadap simpul manapun.



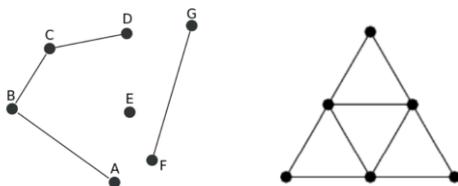
Gambar 2: Contoh perbandingan graf tak berarah (kiri) dengan graf berarah (kanan)

2. **Bertetangga** (*adjacent*), dua buah simpul pada graf disebut bertetangga jika terdapat sisi yang ujung-ujungnya merupakan kedua simpul tersebut.
3. **Bersisian** (*incidency*), suatu sisi dikatakan bersisian dengan suatu simpul jika simpul tersebut menjadi setidaknya salah satu ujungnya.
4. **Simpul terencil** (*isolated vertex*), sebuah simpul dikatakan terisolasi atau terencil jika tidak terdapat satupun sisi yang bersisian dengannya.



Gambar 3: Simpul 2 adalah simpul terencil, sebab tidak ada sisi manapun yang bersisian dengan simpul 2

5. **Lintasan** (*path*), sederet urutan berselang-seling antara simpul dan sisi, sedemikian rupa sehingga diawali dan diakhiri oleh simpul, serta setiap sisi pada deretan bersisian dengan simpul sebelum dan sesudahnya.
6. **Sirkuit** (*circuit*), lintasan yang berawal dan berakhir pada simpul yang sama.
7. **Keterhubungan** (*connectivity*), dua simpul dikatakan terhubung bila terdapat lintasan yang diawali dan diakhiri oleh kedua simpul tersebut. Suatu graf dikatakan **graf terhubung** jika setiap sembarang dua simpul pada graf tersebut terhubung.



Gambar 4: Graf tak terhubung (kiri), dan graf terhubung (kanan)

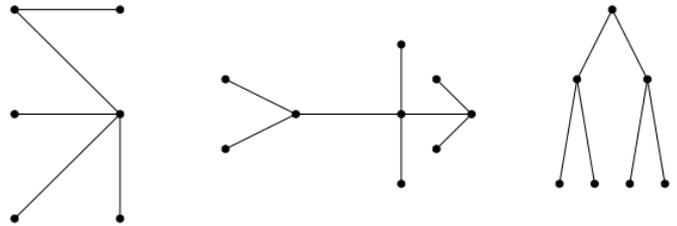
8. **Upagraf** (*subgraph*), upagraf dari suatu graf adalah graf lain yang sisi-sisinya dan simpul-simpulnya berasal dari sebagian (atau keseluruhan) graf tersebut. Suatu upagraf dikatakan sebagai **upagraf merentang** (*spanning subgraph*) dari suatu graf jika upagraf itu mengandung semua simpul dari graf tersebut.
9. **Graf berbobot** (*weighted graph*), graf yang sisi-sisinya diberikan bobot nilai tertentu.

B. Pohon

Pohon (*tree*), dalam konteks ini, adalah salah satu bentuk graf yang tidak berarah dan selalu terdapat tepat satu lintasan yang menghubungkan sembarang dua pasang simpul pada graf. Pendefinisian sederhana tersebut juga berarti pohon memenuhi sifat-sifat lain:

1. Pohon adalah graf terhubung.
2. Jumlah sisi pada pohon satu kurangnya dari jumlah simpulnya.
3. Pohon tidak memiliki sirkuit.
4. Penambahan satu sisi apapun akan membuat sirkuit.
5. Menghapus/menghilangkan sembarang satu sisi (untuk jumlah sisi ≥ 1) pada pohon akan menyebabkan graf menjadi tak terhubung dan menghasilkan dua buah pohon terpisah

Gambar 3: Ilustrasi dari graf yang termasuk pohon (sumber:



<https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Pohon-2020-Bag1.pdf>

Pohon merentang (*spanning tree*) adalah upagraf merentang dari suatu graf terhubung yang memenuhi sifat-sifat pohon.

C. Minimum Spanning Tree

Pohon merentang minimum—lazim disebut dengan istilahnya dalam Bahasa Inggris, *minimum spanning tree*— adalah pohon merentang dari suatu graf terhubung dan berbobot yang sedemikian rupa sehingga total bobot pada pohon merentang ini adalah yang terkecil dibandingkan dengan kemungkinan-kemungkinan pohon merentang lainnya.

Dengan semakin banyaknya jumlah simpul dan sisi pada suatu graf, banyaknya kemungkinan pohon merentang pun semakin banyak, hal ini menjadikan jelas bahwa jika kita hendak mencari *minimum spanning tree* dari suatu graf, menggunakan metode coba-coba (*trial and error*) atau mendaftarkan seluruh kemungkinan (*brute force*) bukanlah metode yang efektif. Se jauh perkembangan saat ini, dua algoritma yang dapat mengidentifikasi *minimum spanning tree* dengan efektif dikenal dengan nama Algoritma Prim dan Kruskal. Mengutip makalah hasil penelaahan Ubaidillah Ariq Prathama (2021), Algoritma Prim akan lebih cocok untuk graf yang padat sementara Algoritma Kruskal yang dimodifikasi dapat menjadi preferensi ketika graf tidak padat. Dengan pertimbangan tersebut, pembahasan pada makalah ini akan dikaji dengan menggunakan Algoritma Kruskal.

D. Algoritma Kruskal

Algoritma Kruskal, seperti yang telah diulas sebelumnya, merupakan salah satu metode efektif untuk menentukan *minimum spanning tree* dari suatu graf. Algoritma ini diterapkan dengan langkah-langkah:

1. Kondisi awal, belum ada simpul maupun sisi yang terpilih.
2. Pilih sisi pada graf yang tidak membentuk sirkuit terhadap sisi-sisi yang telah dipilih, yang bobotnya terkecil.
3. Langkah 2 diulangi terus hingga terpilih sisi sebanyak jumlah simpul dikurangi satu (perhatikan bahwa jumlah ini menjamin terbentuknya sebuah graf terhubung tanpa sirkuit, yang ekuivalen dengan pohon).

III. METODE

A. Representasi

Agar dapat menerapkan teori-teori yang telah ada dalam permasalahan konkret, tentunya diperlukan proses merepresentasikan keadaan konkret terhadap terminologi-terminologi pada teori. Untuk tujuan mengakomodasi seluruh bangunan di Komplek Ganesha dengan konfigurasi jalan teduh yang efisien, maka bangunan-bangunan yang ada menjadi simpul-simpul pada graf, sementara jalan teduh menjadi sisi-sisinya. Bobot dari setiap sisi berkorespondensi dengan panjang jalan teduh yang akan dibuat.

B. Asumsi

Terdapat beberapa asumsi yang akan digunakan dalam penentuan konfigurasi jalan teduh yang paling efektif. Asumsi-asumsi ini diambil untuk tujuan penyederhanaan tanpa mengurangi makna atau kondisi sesungguhnya secara signifikan. Beberapa asumsi tersebut mencakup

1. Efisiensi suatu konfigurasi ditentukan dengan besarnya biaya yang dikeluarkan untuk konfigurasi dan besarnya biaya ini dianggap sebanding dengan panjang jalan teduh yang akan dibuat sehingga konfigurasi paling efisien adalah konfigurasi dengan total panjang pembuatan jalan teduh minimum.
2. Jalan teduh yang telah ada tidak akan diubah atau dibongkar.
3. Mobilisasi seseorang di dalam suatu bangunan bebas tanpa hambatan sehingga setiap simpul dapat dianggap titik dan jalan teduh sebagai sisi dapat dibuat dari bagian manapun sebuah bangunan.
4. Kemungkinan sisi yang digunakan dari suatu gedung hanyalah terhadap gedung-gedung di sekelilingnya, hal ini sejalan dengan asumsi efisiensi yang diukur dengan jarak sehingga lintasan langsung untuk menghubungkan ke gedung yang jauh bukanlah solusi efektif sehingga tidak dipertimbangkan.

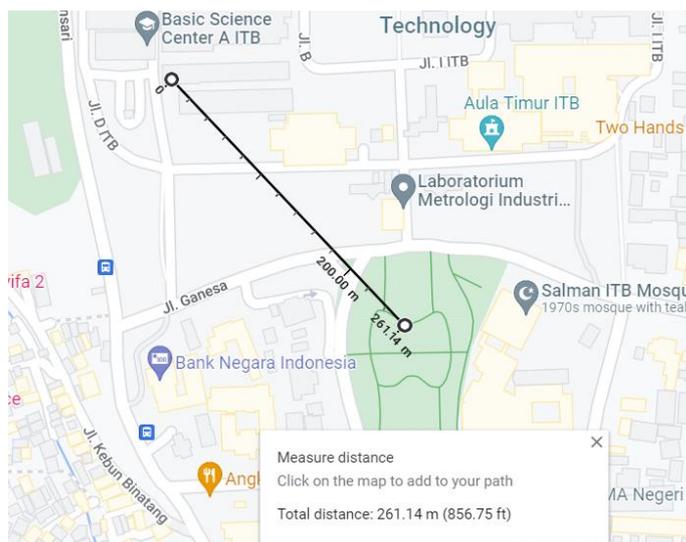
C. Modifikasi Graf

Berdasarkan asumsi yang telah dibuat, terdapat jalan teduh di awal kondisi graf, hal ini juga menyebabkan telah terdapat bangunan-bangunan yang telah terhubung dari awal. Padahal, sesuai Algoritma Kruskal, kondisi awal adalah tidak ada yang terhubung (tak ada sisi yang dipilih). Oleh karena itu, akan dilakukan modifikasi terhadap graf, dari sekadar menggunakan representasi yang telah dipilih.

Modifikasi yang dilakukan adalah dengan menganggap keseluruhan gedung dan jalur teduh yang telah terhubung sebagai satu simpul. Hubungan-hubungan sisi ke simpul tersebut menggunakan jarak terdekat manapun yang mungkin dibentuk ke kumpulan gedung dan jalan teduh yang terdapat di simpul itu.

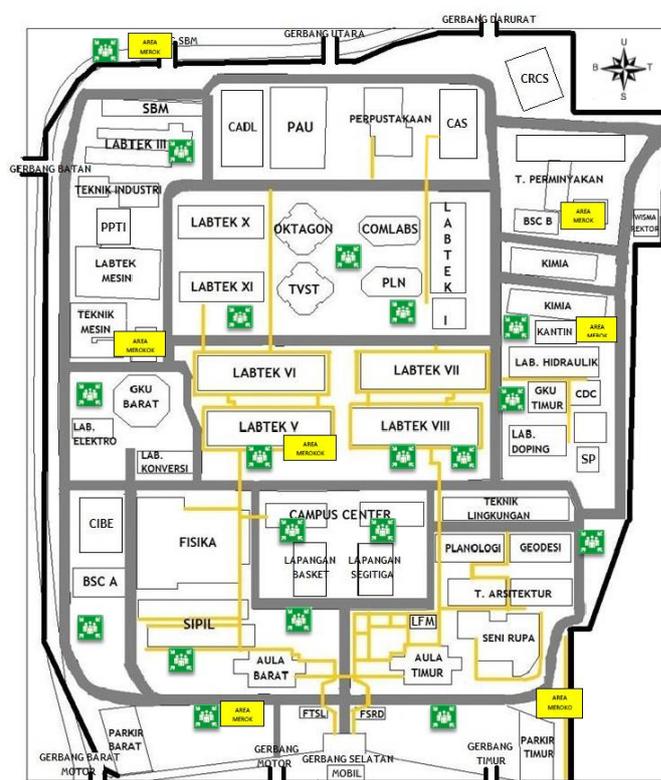
D. Pengambilan Data

Sesuai dengan asumsi yang digunakan, jarak adalah ukuran yang akan digunakan sebagai tolok ukur. Pengambilan data jarak dari satu gedung ke gedung lainnya memanfaatkan fitur penghitungan jarak pada Google Maps.



Gambar 5: Ilustrasi penggunaan Google Maps untuk mengukur jarak

IV. DATA DAN PENGOLAHAN



Gambar 6: Denah ITB Komplek Ganesha disertai dengan jalan-jalan teduh yang telah ada (sumber: <https://ppid.itb.ac.id/informasi-publik/peta-assembly-point>)

Untuk kondisi saat ini, terdapat 23 gedung di kompleks ITB yang telah saling terhubung satu sama lain dengan jalur teduh. Sebagian besar merupakan gedung-gedung yang berada di tengah kompleks. Sesuai dengan rancangan modifikasi graf, seluruhnya ini beserta dengan jalan-jalan teduh penghubungnya akan dijadikan sebagai satu simpul, kelak dinamai sebagai simpul "main". Selain itu, juga terdapat beberapa grup gedung,

gedung-gedung lain yang telah dihubungkan jalan teduh lain atau sangat berdekatan sehingga mobilisasi diantara gedung-gedung tersebut tidak memerlukan jalan teduh apapun. Grup gedung ini kelak juga akan diperlakukan sebagai satu simpul, misalnya 4 gedung di wilayah timur (GKU Timur, PPFK, Lab. Doping, dan Lab. Hidraulik) yang akan dijadikan sebuah simpul dan dinamai sebagai "E".

Dengan itu, total terdapat 16 simpul, berikut rincian penamaan simpul dan gedung yang direpresentasikan

No.	Nama simpul	Representasi dari gedung
1	SBM	SBM, Labtek XIV (Pembangunan)
2	3	Labtek III (Teknik Industri), PPTI
3	CADL	CADL
4	PAU	PAU
5	PP	Perpustakaan Pusat
6	CRCS	CRCS
7	4	Labtek IV (FITB dan FTTM), BSCB
8	GKB	Gedung Kimia Baru
9	GKL	Gedung Kimia Lama
10	2	Labtek II (Teknik Mesin)
11	E	Lab. Hidraulik, GKU Timur, PPFK, Lab. Doping
12	LK	Lab. Konversi
13	CIBE	CIBE
14	BSCA	BSCA
15	CCT	Campus Center Timur
16	Main	23 Gedung lainnya

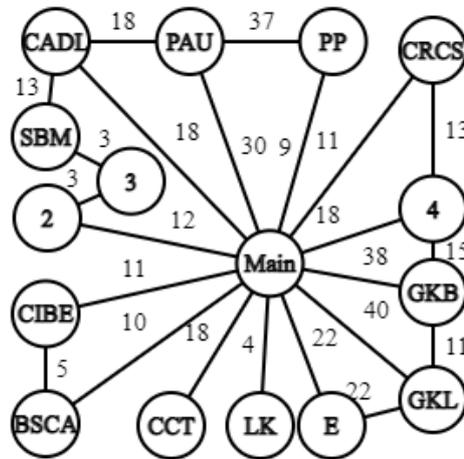
Tabel 1: Simpul-simpul pada graf hasil pemodelan yang dimodifikasi

Setelah menentukan seluruh simpul pada model graf, akan ditentukan panjang sisi-sisi penghubung simpul-simpul yang berdekatan. Hasil penelusuran dan pengukuran memberikan 23 sisi yang relevan, dengan detail berikut

Indeks Sisi	Simpul Ujung 1	Simpul Ujung 2	Bobot (meter, pembulatan ke atas)
1	SBM	3	3
2	SBM	CADL	13
3	CADL	PAU	18
4	CADL	Main	18
5	3	2	3
6	PAU	PP	37
7	PAU	Main	30
8	PP	Main	9
9	CRCS	Main	11
10	CRCS	4	13
11	4	Main	18
12	4	GKB	15
13	GKB	GKL	11
14	GKB	Main	38
15	GKL	Main	40
16	2	Main	12
17	E	Main	22
18	E	GKL	22
19	LK	Main	4
20	CIBE	Main	11
21	CIBE	BSCA	5
22	BSCA	Main	10
23	CCT	Main	18

Tabel 2: Sisi-sisi yang relevan untuk dibuat jalur teduh berdasarkan model graf

Setelah mendefinisikan simpul-simpul beserta sisi-sisi yang terkait, maka kita telah mendapatkan graf yang akan dicari *minimum spanning tree*-nya. Jika divisualisasikan, graf dengan simpul-simpul yang tertera pada tabel 1, dengan sisi-sisi sesuai daftar pada tabel 2, akan tampak seperti berikut



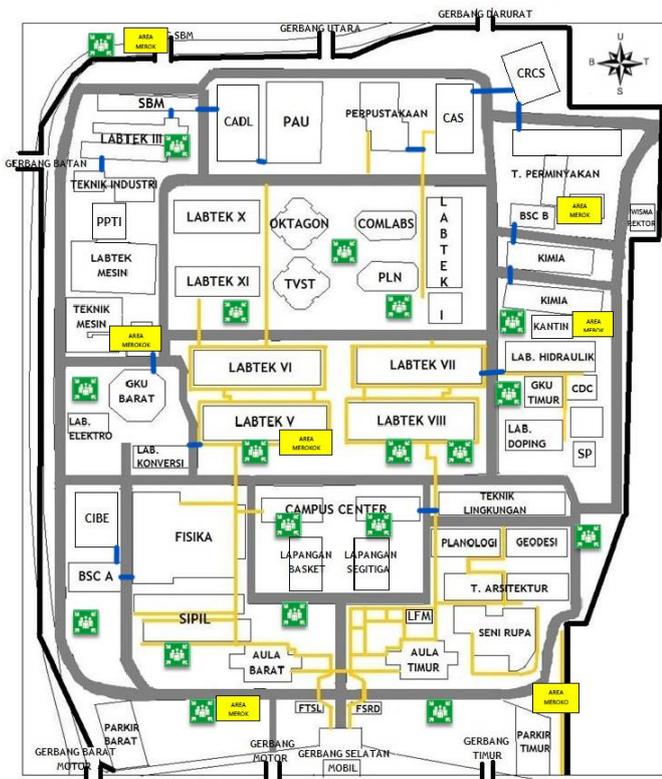
Gambar 7: Representasi graf yang dimodifikasi dari Komplek Ganesha ITB

Langkah terakhir untuk menentukan *minimum spanning tree* yang optimal adalah dengan menerapkan algoritma pencarian *minimum spanning tree*, dalam hal ini, seperti yang telah disebutkan sebelumnya, menggunakan Algoritma Kruskal. Berikut ini adalah hasil penerapan Algoritma Kruskal, dalam langkah tiap iterasi hingga diperoleh hasil *minimum spanning tree* yang optimal.

Iterasi ke-	Indeks sisi baru	Bobot sisi baru	Total bobot
0	-	-	0
1	1	3	3
2	5	3	6
3	19	4	10
4	21	5	15
5	8	9	24
6	22	10	34
7	9	11	45
8	13	11	56
9	16	12	68
10	2	13	81
11	10	13	94
12	12	15	109
13	3	18	127
14	23	18	145
15	17	22	167

Tabel 3: Sisi-sisi yang diambil berdasarkan hasil Algoritma Kruskal

Hasil tersebut menunjukkan bahwa *minimum spanning tree* yang didapat memiliki total bobot 167. Dengan mengambil sisi-sisi sesuai dengan tabel 3, maka diperoleh rancangan jalan-jalan teduh yang dibuat dan jika direpresentasikan kembali ke peta ITB, maka jalur-jalur teduh baru yang dibuat ditunjukkan oleh peta berikut



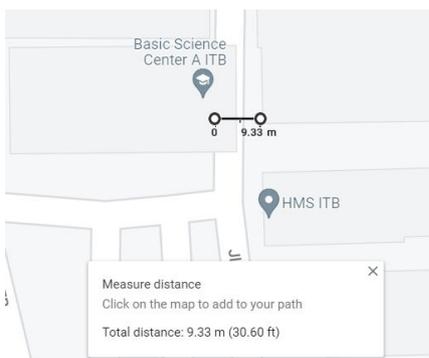
Gambar 8: Solusi optimal jalur teduh baru yang dibuat, garis-garis biru tua

V. KESIMPULAN

Dari hasil *minimum spanning tree* yang diperoleh, didapat total bobot minimum sebesar 167 (tabel 3). Bobot itu sendiri merupakan representasi dari jarak dalam meter, yang menjadi panjang jalan teduh. Berarti, untuk dapat menghubungkan seluruh bangunan di Komplek Ganesh ITB dengan jalan teduh, dibutuhkan panjang minimum dari jalan teduh tersebut sebesar kira-kira 167 meter.

VI. CATATAN KENDALA DAN EVALUASI

Dalam proses penelitian pada makalah ini, terdapat beberapa kendala minor yang dihadapi, seperti akurasi yang kurang baik dikarenakan penggunaan aplikasi Google Maps sebagai media pengukuran yang rupanya tidak menunjukkan lokasi setiap bangunan dengan akurat sehingga diperlukan taksiran dan ketelitian hanya memadai hingga satuan meter saja.



Gambar 9: Contoh kendala ketika lokasi gedung BSCA tidak tergambar dengan baik pada Google Maps

Terdapat beberapa evaluasi yang dapat dijadikan pertimbangan dan koreksi dari proses penelitian ini, salah satunya adalah terkait pengambilan asumsi. Asumsi bahwa efisiensi dari pemilihan jalur teduh hanya bergantung jarak dapat dikatakan kurang tepat, penyimpangan yang terjadi dibandingkan kasus nyata cukup signifikan, hasil yang diperoleh (gambar 7) memberikan kesimpulan bahwa jalur teduh yang dibuat pendek tetapi banyak, ada 15 jalur teduh, berkorespondensi dengan 15 sisi yang diambil, dengan rata-rata panjang masing-masing hanya sekitar 11 meter. Pada kenyataan, proyek yang demikian kurang efisien. Selain itu, asumsi bahwa mobilisasi di dalam setiap bangunan dianggap bebas juga kurang tepat, misalnya pada gedung CIBE, tepat di depan pintu masuk gerbang tersebut, tidak ada atap ataupun tudung sehingga jalur teduh yang dibuat untuk mengakomodasi gedung CIBE harus melalui pintu masuknya.

VII. PENUTUP

Akhir kata, saya mengucapkan syukur kepada Tuhan yang Maha Esa atas terselesaikannya makalah mata kuliah IF2120 Matematika Diskrit dengan rampung dan baik. Tidak lupa juga, saya berterima kasih kepada Ibu Dr. Nur Ulfa Maulidevi, S.T., M.Sc. sebagai dosen kelas yang telah mencurahkan pemahaman dan ilmu-ilmu yang dibutuhkan hingga makalah ini dapat terselesaikan, serta Bapak Dr. Ir. Rinaldi Munir, M.T. yang telah menyediakan berbagai media pembelajaran dan referensi-referensi penunjang yang sangat membantu dalam proses menghasilkan makalah ini. Selain itu, saya juga patut berterima kasih kepada pihak-pihak lain, mencakup keluarga, teman, kakak tingkat, dan civitas akademika lainnya yang telah mendukung dan memungkinkan terselesaikannya makalah ini.

Saya berharap makalah ini bukan hanya sekadar tugas perkuliahan, tetapi juga dapat menjadi manfaat bagi berbagai kalangan dan mencakup berbagai aspek fungsional seperti pengembangan infrastruktur di Institut Teknologi Bandung, pendalaman wawasan matematika diskrit dan pengaplikasiannya, serta motivasi edukasi.

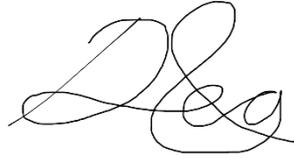
REFERENSI

- [1] <https://fa.itb.ac.id/wp-content/uploads/sites/40/2014/06/Konsep-Green-Campus-ITB.pdf> , diakses pada 27 November 2022 pukul 19.48 WIB.
- [2] <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf> , diakses pada 14 November 2022 pukul 14.54 WIB.
- [3] [https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2021-2022/Makalah2021/Makalah-Matdis-2021%20\(88\).pdf](https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2021-2022/Makalah2021/Makalah-Matdis-2021%20(88).pdf) , diakses pada 8 Desember 2022 pukul 21.11 WIB.
- [4] <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Pohon-2020-Bag1.pdf> , diakses pada 8 Desember 2022 pukul 21.12 WIB.
- [5] [Google Maps](https://www.google.com/maps) , diakses pada 9 Desember 2022 pukul 19.30 WIB
- [6] <https://ppid.itb.ac.id/informasi-publik/peta-assembly-point> , diakses pada 10 Desember 2022 pukul 18.32 WIB.
- [7] <https://www.itb.ac.id/files/map-itb-ganesh.pdf> , diakses pada 11 Desember 2022 pukul 15.42 WIB.

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

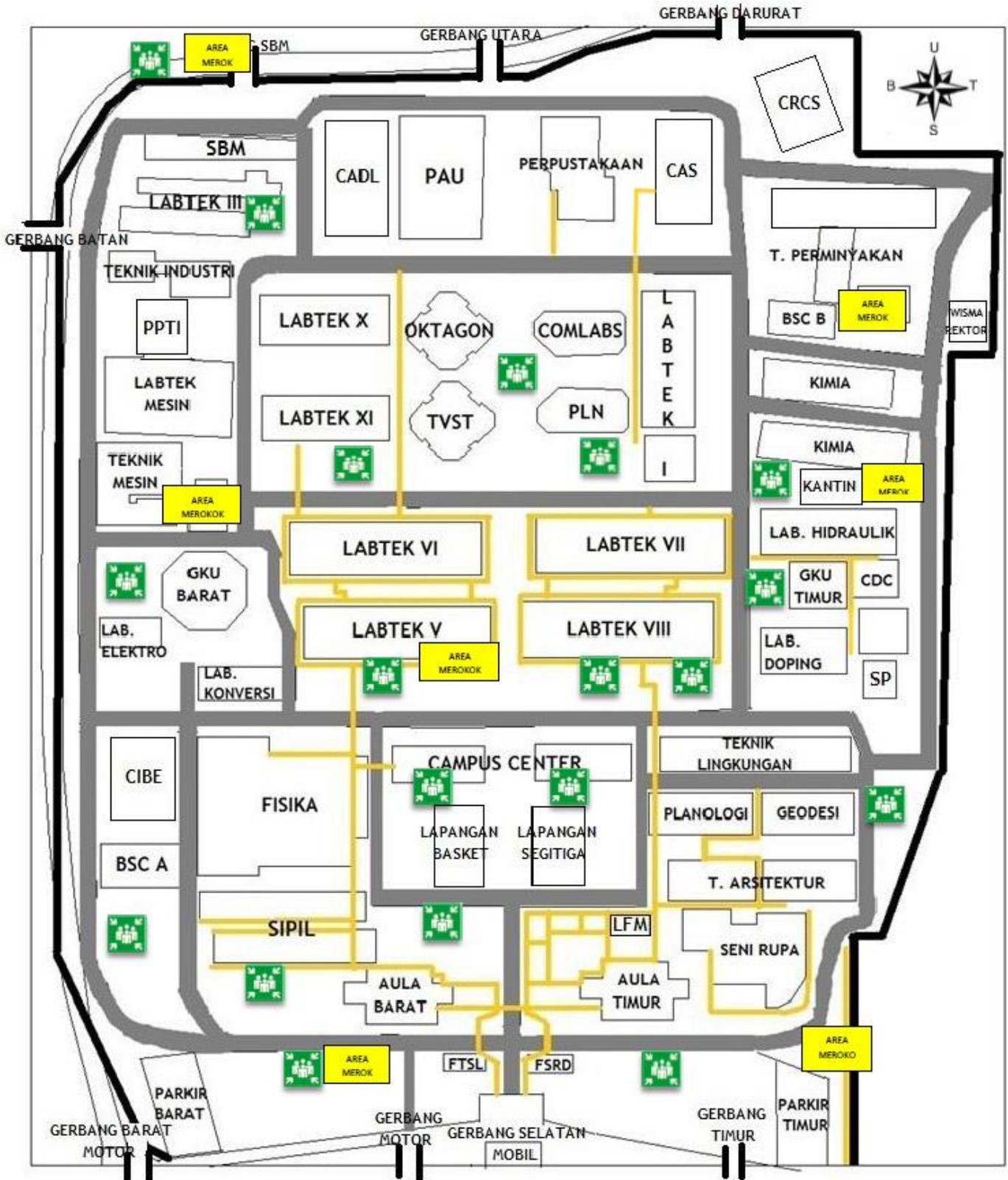
Bandung, 6 Desember 2022

A handwritten signature in black ink, consisting of several loops and flourishes, representing the name Dean Hartono.

Dean Hartono 10821019

LAMPIRAN

Peta Komplek Ganेशha



LAMPIRAN

Rancangan Jalur Teduh di Komplek Ganesha

